

A pénzügyi számítások menete

1. lépés: pénzáramlások beazonosítása: nagyságuk, előjelük meghatározása
2. lépés: időtávok beazonosítása:
 - Mikor realizálódik(dott) a pénzáramlás?
 - Mi a periódusok hossza, száma?
3. lépés: kamatláb, diszkonttényező, annuitási tényező, annuitási diszkonttényező meghatározása
4. lépés: pénzáramlás időértékének kiszámítása

1. feladat

Egy befektetési tanácsadó ügyfele számára a különböző befektetési alternatívákat ajánlja:

- a) most kap 100 000 forintot
- b) évi 20 000 forintot kap 6 éven keresztül év végén
- c) 6 év múlva 240 000 forintot
- d) 15 000 forintot haláláig év végén
- e) 10 000 forintot az 1. év végén, ami utána 5 százalékkal nő évente.

Írja fel az egyes alternatívák pénzáramlását az alábbi táblába!

M1.

Év	0	1	2	3	4	5	6	..n
a)	100000							
b)		20000	20000	20000	20000	20000	20000	
c)							240000	
d)		15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
e)		10000	10500	11025	11576	12155	12763	

2. feladat

Beruházásba kezdett egy cég 2008. január 1-jén. Az építési költség 2008-ban 150 millió Ft volt, 2009-ben 110 millió Ft és 2010-ben 130 millió Ft lesz. Az új épület felszerelésének költsége 2010-ben várhatóan 34 millió Ft. A 2011-től a beruházás üzembe helyezésével a hozamok értéke az elkövetkező tíz évben a tervek szerint 120 millió Ft lesz.

Határozza meg a beruházási projekt pénzáramlását 2015-ig!

M2.

millió Ft-ban

Év	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Pénzáramlás	-150	-110	-164	+120	+120	+120	+120	+120

3. feladat

2010. január 2-án elhelyez betétként a banknál 50.000 forintot, majd a következő év elején 10.000 Ft-tal többet, mint az előző évben. Az utolsó összeget az 5. év elején fizeti be.

Írja fel a befektetés pénzáramlását!

Ft-ban

Év	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Pénzáramlás	-50000	-60000	-70000	-80000	-90000	+482025	

Számítsa ki, hogy mennyit vehet föl a 2015. január 2-án, ha a kamatláb 12%! Írja be a fenti táblázatba is!

M3.

$$FV_5 = 50000 \cdot 1,12^5 + 60000 \cdot 1,12^4 + 70000 \cdot 1,12^3 + 80000 \cdot 1,12^2 + 90000 \cdot 1,12^1 = 88117 + 94411 + 98345 + 100352 + 100800 = \mathbf{482025 \text{ Ft}}$$

4. feladat

100.000 Ft-ot helyez el betétként a bankban féléves lekötéssel. 2 évig benn hagyja 10 százalékos kamatláb mellett. Mennyi pénzt kap két év múlva kamatos kamatozással?

M4.

$$FV_{2,2} = 100000 \cdot (1 + 0,1/2)^{2 \cdot 2} = 100000 \cdot 1,05^4 = \mathbf{121551 \text{ Ft}}$$

5. feladat

100.000 Ft-ot napi tőkésítéssel 2 évre bankba helyez. *Mennyi ennek az értéke az év végén, ha az éves kamat 10%?*

M5.

$$FV_n = PV \cdot e^{rt} = 100000 \cdot 2,718^{0,1 \cdot 2} = 100000 \cdot 1,2214 = \mathbf{122140 \text{ Ft}}$$

6. feladat

Ha egy cég 3 éven keresztül 100 ezer forintot helyez a bankba minden év végén, mekkora lesz a betét értéke a 3. év végén, ha $r=10\%$?

M6.

$$FV_3 = 100000 \cdot 1,1^2 + 100000 \cdot 1,1^1 + 100000 \cdot 1,1^0 = 121000 + 110000 + 100000 = \mathbf{331000 \text{ Ft}}$$

vagy szokásos annuitás számítással:

$$PVIFA_{10,3} = (1,1^3 - 1) / 0,1 = 3,31$$

$$FVAN_3 = 100000 \cdot 3,31 = \mathbf{331000 \text{ Ft}}$$

7. feladat

Pista bácsi 65 éves. Egy biztosítóval 12 éves járadékszerződést kötött. A biztosító ajánlata úgy szól, hogy 12 éven keresztül minden év végén egy meghatározott összeget kap, ha most befektet 2 millió forintot. A pénzpiaci kamatláb 8%. *Milyen pénzáramlással számolhat Pista bácsi?*

M7.

$$PVAN_0 = 2000000 \quad t=12 \quad r=0,08 \quad AN=?$$

$$PVIFA_{8,12} = 1/0,08 - 1/(0,08 \cdot 1,08^{12}) = 12,5 - 4,964 = 7,536$$

$$PVAN_0 = AN \cdot PVIFA_{8,12} \quad AN = 2000000 / PVIFA_{8,12} = 2000000 / 7,536 = \mathbf{265393 \text{ Ft}}$$

8. feladat

Van egy irodaháza. Ennek bérleti díját egy piaci felmérés alapján 10 millió Ft-ban állapította meg a következő évre, majd ez 5%-kal növelhető évente. Jelentkezik egy vevő, aki megvenné az irodaházat. *Mennyiért érne meg eladni, ha piaci kamatláb 15%?*

M8.

$$PV_{perp} = 10 / (0,15 - 0,05) = \mathbf{100 \text{ MFt}}$$

9. feladat

Mennyit érdemes befektetni egy olyan projektbe, ami 5 éven keresztül 10 millió Ft nyereséget ad, ha a szokásos hozam 15%?

M9.

$$t=5 \quad r=0,15 \quad AN=10 \text{ MFt}$$

$$PVIFA_{15,5} = 1/0,15 - 1/(0,15 \cdot 1,15^5) = 6,6667 - 3,3146 = 3,3521$$

$$PVAN_5 = 10 \cdot PVIFA_{15,5} = 10 \cdot 3,3521 = \mathbf{33,521 \text{ MFt}}$$

10. feladat

Egy kötvény névértéke 100 ezer Ft. A kamatfizetés időpontja március 31. A névleges kamatlába 12%. Július 16-án értékesítjük. *Mennyi ekkor kötvény árfolyamában felhalmozódott kamat tartalom?*

M10.

$$\text{Kamatnapok száma} = 30 \text{ (ápr.)} + 31 \text{ (máj.)} + 30 \text{ (jún.)} + 16 \text{ (júl.)} = 107 \text{ nap}$$

$$\text{Kamattartalom} = 100000 \cdot 0,12 \cdot 107/365 = \mathbf{3518 \text{ Ft}}$$

11. feladat

Egy bank évi 14% kamatláb mellett nyújt hitelt, a kamatokat negyedévenként kell fizetnie a vállalatnak. *Mekkora az effektív kamatláb?*

M11.

$$r = 0,14 \quad m = 4$$

$$r_{eff} = (1 + 0,14/4)^4 - 1 = 0,1475 = \mathbf{14,75\%}$$

12. feladat

Valaki tagja egy önkéntes nyugdíjpénztárnak. Ebben az évben nyugdíjba megy és két lehetőség között választhat: most kap 1,5 millió Ft-ot, vagy élete végéig évi 120 ezer Ft-ot.

7%-os kamatláb mellett melyik lehetőséget célszerű választania?

M12.

$$C = 1200000 \quad r = 0,07 \quad PV_{\text{perp}} = ?$$

$$\text{Örökjáradék jelenértéke} \rightarrow PV_{\text{perp}} = 120000 / 0,07 = \mathbf{1\,714\,286\,Ft}$$

Az évi 120 ezer Ft-os életjáradékot célszerű választani, mert annak jelenértéke több, mint a most felajánlott összeg (1714286 > 1500000).

13. feladat

Egy lejárát nélküli kötvény évi 1MFt-ot fizet.

Mekkora ennek a befektetési lehetőségnek a mai értéke, ha a tőkeke költség 14%?

M13.

$$C = 1000000 \quad r = 0,14 \quad PV_{\text{perp}} = ?$$

$$PV_{\text{perp}} = 1000000 / 0,14 = \mathbf{7\,142\,857\,Ft}$$

14. feladat

Egy életjáradék évi 2 MFt-ot fizet a következő évtől fogva, mely összeg ezután évente 6%-kal emelkedik. *Mekkora ennek a befektetési lehetőségnek az értéke, ha a tőkeke költség 12%?*

M14.

$$C_1 = 2000000 \quad r = 0,12 \quad g = 0,06 \quad PV_{\text{perp}} = ?$$

$$PV_{\text{perp}} = 2000000 / (0,12 - 0,06) = \mathbf{33\,333\,333\,Ft}$$

15. feladat

Egy beruházási lehetőség 20MFt-ba kerül és várhatóan 10 éven keresztül évi 4,5MFt profitot fog hozni. A hasonló kockázatú befektetések átlagos hozama 16%.

Megéri-e megvalósítani a beruházást?

M15.

$$AN = 4,5 \text{ MFt} \quad r = 0,16 \quad t = 10 \quad PVAN_0 = ? \quad NPV_0 = ?$$

$$PVAN_0 = 4,5 \cdot PVIFA_{16,10} = 4,5 \cdot [1/0,16 - (1/0,16 \cdot 1,16^{10})] = 4,5 \cdot 4,833 = 21,7485 \text{ MFt}$$

$$NPV_0 = -20 + 21,7485 = \mathbf{+1,7485 \text{ MFt}}$$

Megéri megvalósítani a beruházást, mert a beruházási ráfordítások megtérülnek, sőt profit keletkezik.

16. feladat

Mekkora lesz az éves adósságtörlesztő részlet, amennyiben 5 MFt hitelt veszünk fel 10 évre, évi 12%-os kamatlábra? (az adósságtörlesztő részletek nagysága évente azonos)

M16.

$$PVAN_{10} = 5 \text{ MFt} \quad t = 10 \quad r = 0,12 \quad AN = ?$$

$$PVIFA_{12,10} = 1/0,12 - 1/(0,12 \cdot 1,12^{10}) = 5,65$$

$$AN = 5000000 / 5,65 = \mathbf{884\,956 \text{ Ft}}$$
 az éves adósságtörlesztő részlet

17. feladat

Az alábbi befektetési alternatívák közül melyiket választaná, amennyiben ezek kockázata azonos ($r=12\%$)? Döntését indokolja!

a.) 500 EFt hozam a „végtelenségig”, az első kifizetés azonnal esedékes.

b.) 10 éven keresztül évi 1 MFt

c.) 400 EFt 1 év múlva, majd évi 4%-kal növekvő összeg életjáradékszerűen.

M17.

A befektetések jelenértékét kell meghatározni.

a.) $PV_{\text{perp}} = 500 + 500 / 0,12 = \mathbf{4\,667 \text{ EFt}}$ (a befektetéskor azonnal kapunk 500 EFt-ot)

b.) $PVAN_{10} = 1 \cdot PVIFA_{12,10} = 1 \cdot 5,65 = \mathbf{5\,650 \text{ EFt}}$

$PVIFA_{12,10} = 5,65$ (a 16. feladatban már kiszámoltuk)

c.) $PV_{perp} = 400 / (0,12 - 0,04) = 5\,000 \text{ EFt}$

A **b.) változatot célszerű választani**, mert a hozam jelenértéke ennél a változatnál a legmagasabb.

18. feladat

Egy nyugdíjpénztári tag 30 éven keresztül évi 150000 Ft-ot fizet be a pénztárba. A pénztár a befizetéseket hosszú távon 6%-os hozamra tudja befektetni.

a.) Mekkora tőke halmozódik fel a 30. év végére?

b.) Évente milyen összegű járadékra számíthat a pénztártag a nyugdíjazását követő 20 éven át feltételezve, hogy a járadékot már év elején kifizetik és a piaci kamatláb 5%?

M18.

a.) $t=30 \quad AN=150000 \quad r=0,06 \quad FVAN_{30}=?$

$$FVIFA_{6,30} = (1,06^{30} - 1) / 0,06 = 79,058$$

$$FVAN_{30} = 150000 \cdot 79,058 = 11\,858\,700 \text{ Ft felhalmozódott tőke}$$

b.) $t=20 \quad PVAN_0=11\,858\,700 \quad r=0,05 \quad AN=?$

$$PVAN_0 = AN \cdot PVIFA_{5,20} \rightarrow AN = PVAN_0 / PVIFA_{5,20}$$

$$PVIFA_{5,20} = 1/0,05 - 1/(0,05 \cdot 1,05^{20}) = 12,462$$

$$AN = 11\,858\,700 / 12,462 = 951\,589 \text{ Ft évente a járadék}$$

19. feladat

A boldog szülők gyermekük 18-ik születésnapjára 2 millió Ft-ot szeretnének összegyűjteni.

a.) Mekkora összeget kellene befektetni a gyermek születésekor, ha hosszabb távon évi 8%-os hozamra lehet számítani?

b.) Egyösszegű befektetés helyett milyen nagyságú évi megtakarításokkal lenne megvalósítható ugyanez a cél?

M19.

a.) $FV_{18}=2\,000\,000 \quad t=18 \quad r=0,08 \quad PV_0=?$

$$PV_0 = FV_{18} \cdot PVIF_{8,18} = 2\,000\,000 \cdot 1/1,08^{18} = 2\,000\,000 \cdot 0,2502 = 500\,400 \text{ Ft}$$

b.) $FVAN_{18}=2\,000\,000 \quad t=18 \quad r=0,08 \quad AN=?$

$$FVIFA_{8,18} = (1,08^{18} - 1) / 0,08 = 37,450$$

$$FVAN_{18} = AN \cdot FVIFA_{8,18} \rightarrow AN = FVAN_{18} / FVIFA_{8,18} = 2\,000\,000 / 37,450 = 53\,405 \text{ Ft/év}$$

20. feladat

Egy boldog nagypapa első unokája születésekor 40000 Ft-ot helyezett el egy bankban. Az unoka 18. születésnapján 495000 Ft-ot vehettek fel a bankszámláról.

Hány százalékos kamatláb mellett következett be ez a növekedés?

M20.

$$PV_0=40000 \quad FV_{18}=495000 \quad t=18$$

$$r = \sqrt[18]{(495000 / 40000)} - 1 = 1,263 - 1 = 0,263 = 26,3\%$$

21. feladat

Egy kisvállalkozás 8 millió Ft kölcsönt vett fel 3 éves futamidőre, évi 10%-os kamatláb mellett. A kölcsönt és kamatait három egyenlő részletben kell visszafizetnie.

a.) Mennyi a vállalkozás évi fizetési kötelezettsége?

b.) Az első részletből mennyi fordítható a tőke törlesztésére?

c.) Az első év végén mennyi a vállalkozás fennálló hiteltartozása?

M21.

a.) $PVAN_0=8\,000\,000 \text{ MFt} \quad r=0,1 \quad t=3 \quad AN=?$

$$PVAN_0 = AN \cdot PVIFA_{10,3} \rightarrow AN = PVAN_0 / PVIFA_{10,3}$$

$$PVIFA_{10,3} = 1/0,1 - 1/(0,1 \cdot 1,1^3) = 2,487$$

$$AN = 8\,000\,000 / 2,487 = 3\,216\,727 \text{ Ft}$$

b.) $1. \text{ évi kamata} = 8\,000\,000 \cdot 0,1 = 800\,000 \text{ Ft (az év eleji tőketartozás után számoljuk)}$

$$\text{Tőketörlesztés} = 3\,216\,727 - 800\,000 = 2\,416\,727 \text{ Ft}$$

c.) $\text{Fennálló hitel(tőke)tartozás} = 8\,000\,000 - 2\,416\,727 = 5\,583\,273 \text{ Ft}$