

## VÁLLALATI PÉNZÜGYEK

## II. A KÖTVÉNYEK ÉRTÉKELÉSE

(4 óra)

Összeállította:  
Naár János

okl. üzemgazdász, okl. közgazdász-tanár,  
mesterpedagógus

1

**Kötvény:** lejáratig bíró (kivéve az örökjáradék-kötvény), hitelviszonyt megtestesítő, kamatozó értékpapír (kivéve pl. diszkontkötvény), amelyben a kibocsátó arra vállal kötelezettséget, hogy a kötvény tulajdonosának a névértékre vonatkoztatott kamatlábnak megfelelő nagyságú nominális hozamot fizet, valamint visszafizeti a névértéket.

### Főbb típusai:

1. **fix kamatozású** (klasszikus)
2. **változó kamatozású:** a kamatláb változik a futamidő alatt
3. **kamatszervény nélküli:** nem kamatozik, névérték alatt (diszkontált értéken) bocsátják ki, lejáratkor a névérték kerül kifizetésre, hozama az árkülönbözet
4. **örökjáradékos:** nincs előre meghatározott lejárat, örökjáradék a hozama
5. **felmondható:** a kötvény birtokosa a lejárat időn belül bármikor visszaválthatja

2

### Kulcsfogalmak

**Névérték** (Face Value, Par Value, jelölése  $P_n$ ): az az összeg, amelyet a kibocsátó legkésőbb a lejáratkor köteles visszafizetni. Visszafizetés: lejáratkor egy összegben vagy évenkénti törlesztéssel történik (esetleg türelmi idő után). A kötvény kibocsátása a névérték körüli árfolyamon történik.

**Névleges kamat** (jelölése  $I_t$ ): a névértékre vonatkoztatott fix vagy változó kamat, amit a kibocsátó fizet. Változó kamatláb = Irányadó kamatláb (pl. jegybanki alapkamat, LIBOR, BUBOR) + kamatfelár. A kamatfelárat bázispontokban mérik. 1 bázispont = 0,01%. Pl. Változó kamatláb = LIBOR + 150 bázispont = LIBOR + 1,5%

**Lejárat** (Maturity): az az időpont, amikor a névérték utolsó részlete visszafizetésre kerül. A futamidő vége. Alacsony infláció ( $\rightarrow$  piaci kamatláb) esetén tipikus futamidő a 10, 20, 30 év. (Lejárat nélküli az örökjáradék-kötvény.)

3

**Kibocsátási árfolyam:** jellemzően a névérték, de ettől eltérő is lehet:

- kibocsátási árfolyam > névérték  $\rightarrow$  a kötvény prémiummal került kibocsátásra
- kibocsátási árfolyam < névérték  $\rightarrow$  diszkontkötvénnyel

**Piaci érték** (belső érték, elméleti árfolyam): becsült árfolyam, vagyis az az ár, amit a befektetők hajlandóak a piacon megadni azért a kötvényért (ennyit ér számukra).

**Aktuális piaci árfolyam:** folyó árfolyam, amennyiért a tőzsdén adják, veszik.

**Minősítés** (Rating): a nemfizetés kockázatát jelöli

- **Befektetésre ajánlott:** kifogástalan minősítés, a legjobb osztályzat. Moody's: Aaa, Aa, A, Baa  
Standard and Poor's: AAA, AA, A, BBB
- **Spekulatív, bővli kötvények:** Moody's: Ba, B, Caa, Ca, C  
Standard and Poor's: BB, B, CCC, CC, C, D

4

## 1. A kötvények árfolyama, az árfolyamot befolyásoló tényezők

**Kötvény elméleti árfolyama** ( $P_0$ ): a belőle származó jövőbeli bevételek (tőketörlesztés + kamat vagy járadék) diszkontált értékeinek összege (jelenértéke)

a) **Fix kamatozású egyösszegű törlesztésű kötvény** esetében:

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{I_t}{(1+r)^t} + \frac{P_n}{(1+r)^n} \quad \text{vagy} \quad P_0 = I \cdot (\text{PVIFA}_{r,n}) + P_n \cdot (\text{PVIF}_{r,n})$$

$P_0$  = elméleti árfolyam (piaci érték, jelenérték)

$P_n$  = a kötvény névértéke

$C_t$  vagy  $I_t$  = cash flow, az évenkénti névleges kamat

$r$  = kamatláb

$t$  = lejáratig hátra lévő idő (periódus)

5

**Példa1:** Egy kötvény főbb adatai a következők: a kibocsátás 2012-ben történt 10 E Ft-os névértéken, névleges kamatláb 18%, kamatfizetés évente, futamidő 5 év, visszafizetés lejáratkor egy összegben. 2015-ben a kamatfizetést követő napon a kötvényt 10 300 Ft-ért kínálják a tőzsdén. Érdemes-e vásárolni a kötvényből, ha a befektető lejáratig megtartja és az aktuális alternatív piaci hozam 15%?

**Megoldás:**  $P_n = 10\,000 \text{ Ft}$ ,  $C_t = I_t = 18\% \rightarrow 1\,800 \text{ Ft}$ ,

$r = 15\%$ ,  $t = 3 \text{ év}$ ,  $P_0 = ?$

$I = 10\,000 \cdot 0,18 = 1\,800 \text{ Ft}$

| Év        | 2012   | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017  |
|-----------|--------|------|------|------|------|-------|
| Cash-flow | -10000 | 1800 | 1800 | 1800 | 1800 | 11800 |

$$P_0 = 1800 \cdot (\text{PVIFA}_{15,3}) + 10000 \cdot (\text{PVIF}_{15,3})$$

**PÜ-táblázatból**  $\rightarrow$   $\text{PVIFA}_{15,3} = 2,283$      $\text{PVIF}_{15,3} = 0,658$

$P_0 = 1800 \cdot 2,283 + 10000 \cdot 0,658 = 4109,4 + 6580 = 10689,4 \text{ Ft}$

Érdemes megvásárolni  $\rightarrow P_0 >$  piaci árfolyam

6

**Példa2:** Egy 4 éves futamidejű 100 000 Ft névértékű kötvényre a kibocsátó évi 15% fix kamatot ígér. A kamatot évente, a törlesztést a futamidő végén fizeti.

a) Írja fel a kötvény cash flow-ját a alábbi tábla kitöltésével!

| Évek | 0.     | 1.     | 2.     | 3.     | 4.      |
|------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Ft   | $-P_0$ | 15 000 | 15 000 | 15 000 | 115 000 |

b) Kibocsátáskor mennyiért érdemes megvásárolni a kötvényt, ha az alternatív befektetések kamatlába 20%?

**Megoldás:**

$t=4$   $r=0,15$

$P_n=100\,000\text{ Ft}$

Évi kamat =  $100\,000 \times 0,15 = 15\,000\text{ Ft}$

$PVIFA_{20\%,4} = 2,589$

$PVIF_{20\%,4} = 0,482$

$P_0 = 15000 \cdot 2,589 + 100000 \cdot 0,482 = 38\,835 + 48200 = 87\,035\text{ Ft}$

7

b) Örökjáradékos kötvény esetében:

$$P_0 = \frac{C}{r} \quad C = \text{periódusonkénti járadék összege}$$

**Példa:** Mennyiért érdemes megvásárolni azt az örökjáradék-kötvényt, amely után minden év végén 500 ezer forint járadékot fizet a kibocsátó? A hosszú távon várható kamatláb 5%.

**Megoldás:**  $C = 500\,000\text{ Ft}$ ,  $r = 0,05$

$P_0 = 500\,000 / 0,05 = 10\,000\,000\text{ Ft}$

8

c) Kamatszervény nélküli (diszkont- vagy elemi) kötvény esetében:

$$P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n} = P_n \cdot PVIF_{r,n}$$

**Példa:** Érdemes-e megvásárolni azt a 100 000 Ft névértékű 5 éves lejáratú kamatszervény nélküli kötvényt, amelynek a kibocsátási árfolyama 74 500 Ft, ha a hosszú távon várható piaci kamatláb 8%?

**Megoldás:**  $P_n = 100\,000\text{ Ft}$ ,  $r = 0,08$ ,  $PVIF_{8\%,5} = 0,681$

$P_0 = 100\,000 \cdot 0,681 = 68\,100\text{ Ft}$

Nem érdemes, mert  $\rightarrow P_0 < \text{kibocsátási árfolyam}$

9

**Az árfolyam ( $P_0$ ) tényezői:**

- **névérték**  $\rightarrow$  egyenes arányú
- **törlesztés** módja  $\rightarrow$  időarányos / halasztott / egyösszegű a lejáratkor
- **kamatláb** (befektetők által elvárt hozam / hasonló kockázatú és futamidejű kötvények hozama / piaci kamatláb)  $\rightarrow$  fordított arányú
- **időtényező** ( $t, n$ )  $\rightarrow$  a lejárat időpontjához közeledve a névérték felé közeledik a kötvény árfolyama
- **kockázat mértéke**  $\rightarrow$  várható hozam megszerzésének a biztonsága (jelentős kockázat kockázati prémium, azaz alacsonyabb árfolyam)

10

**A kötvény nettó és bruttó árfolyama:**

**Felhalmozódott kamat:** az utolsó kamatfizetés napja óta felgyülemlett, de esedékessé még nem vált – a kötvény árfolyamának részét képező – kamat

$$I_n = \frac{P_n \cdot r \cdot n}{365} \quad \text{a nevezőben az év napjainak száma 365 vagy 366 vagy 360 lehet}$$

$P_n$  = névérték

$r$  = névleges kamatláb

$n$  = az utolsó kamatfizetés óta eltelt napok száma

**Kötvény nettó (tiszt) árfolyama:** becslött, elméleti árfolyam, amit arra az időpontra számítunk, mikor éppen kifizetik az esedékes kamatot (kamatfizetés utáni árfolyam).

$$P_{\text{nettó}} = P_{\text{bruttó}} - I_n$$

11

**Kötvény bruttó árfolyama:** tartalmazza a két kamatfizetési periódus között felhalmozódott kamatot is. (Az adás-vétel a bruttó árfolyamon történik.)

$$P_{\text{bruttó}} = P_{\text{nettó}} + I_n$$

**Példa1:** Egy kötvény névértéke 100 000 Ft. Fix névleges kamatlába 12%. A kamatfizetés napja március 31. Június 16-án a bruttó árfolyam a névérték 94%-a. Mennyi a felhalmozódott kamat és a nettó árfolyam? (A pontos kamatszámítást alkalmazzuk, vagyis a naptári napokkal számolunk.)

**Megoldás:**

$n = \text{Április (30)} + \text{Május (31)} + \text{Június (16)} = 77 \text{ nap}$

$I_n = (100\,000 \cdot 0,12 \cdot 77) / 365 = 2\,532\text{ Ft}$

$P_{\text{bruttó}} = 100\,000 \cdot 0,94 = 94\,000\text{ Ft}$

$P_{\text{nettó}} = 94\,000 - 2\,532 = 91\,468\text{ Ft}$

12

**Példa2:** Egy kötvény nettó árfolyama 10 300 Ft. Mennyiért kell megvásárolni ezt a kötvényt a kamatfizetést követő 93. napon?

A kötvény fix kamatlába 12%. Az évet 360 nappal számolja.

**Megoldás:**

$$P_{\text{netto}} = 10\,300 \quad r = 0,12 \quad n = 93 \quad P_{\text{brutto}} = ?$$

$$I_n = (10\,300 \cdot 0,12 \cdot 93) / 360 = 319,3$$

$$P_{\text{brutto}} = 10\,300 + 319,3 = \underline{10\,619,3 \text{ Ft}} \text{ (max.)}$$

13

## 2. A kötvények hozama

**a) Névleges (szelvény) hozam (coupon yield):** a névérték százalékában fejezi ki az éves kamatot. Nem alkalmas a tényleges hozam mérésére. Általában nem kell számítani, mert nyilvánított (adott) mértékű, ha mégsem

$$r = \frac{I}{P_n} \quad I = \text{évi fix kamat (névleges)}$$

**b) Egyszerű (szelvény) hozam (current yield, CY):** folyóhozam, az évi kamatjövedelmet a piaci nettó árfolyam %-ában fejezi ki.

$$CY = \frac{I}{P_0}$$

14

**Példa:** Egy 10 000 Ft névértékű 10 300 Ft-ért vásárolt kötvény évi fix kamata 1 400 Ft. Mennyi a kötvény névleges és egyszerű hozama?

**Megoldás:**  $P_n = 10\,000 \text{ Ft}$   $P_0 = 10\,300 \text{ Ft}$   $I = 1\,400 \text{ Ft}$

$$r = I / P_n = 1\,400 / 10\,000 = 0,14 = \underline{14\%}$$

$$CY = I / P_0 = 1\,400 / 10\,300 = 0,1359 = \underline{13,6\%}$$

**c) Tényleges (lejáratig számított) hozam (yield to maturity, YTM):** a kötvény belső megtérülési rátája (IRR), vagyis az a kamatláb, amellyel diszkontálva a kötvényből származó pénzáramokat éppen a kötvény bruttó árfolyamát kapjuk

**Számítása:**

- egyszerűsített (becslő) módszerrel (SYTM): a szelvényhozam és a lejáratig számított árfolyamnyereség vagy -veszteség egy évre vonatkozó része a névérték és a piaci árfolyam átlagára vetítve

15

Képletei:

$$\text{SYTM} = \frac{I \pm \frac{P_n - P_0}{n}}{\frac{P_n + P_0}{2}} \quad \text{vagy} \quad \text{pontosabb} \quad \text{SYTM} = \frac{I \pm \frac{P_n - P_0}{n}}{0,4 \cdot P_n + 0,6 \cdot P_0}$$

$n$  = a lejáratig hátralévő évek száma

- fokozatos közelítés (lineáris interpoláció) módszerével: Keressük az **YTM** azon értékét, amelyre az alábbi összefüggés teljesül:

$$P_{\text{brutto}} = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1 + \text{YTM})^t}$$

$C_t$  – az  $t$ -edik időpontban esedékes pénzáram

16

**Példa:** Egy kötvény adatai: kibocsátása 2012-ben 10 E Ft-os névértéken, fix kamatláb 18%, kamatfizetés évente, futamidő 5 év, visszafizetés lejáratkor egy összegben. Az elméleti árfolyama a lejárat előtt három évvel 10 300 Ft.

**Határozza meg a kötvény tényleges hozamát egyszerűsített és fokozatos közelítés módszerével!**

**Megoldás:**

$$P_n = 10\,000 \text{ Ft} \quad P_0 = 10\,300 \text{ Ft} \quad n = 3 \text{ év}$$

$$I = 10\,000 \cdot 0,18 = 1800$$

$$\text{SYTM} = \frac{1800 \pm \frac{10000 - 10300}{3}}{\frac{10000 + 10300}{2}} = \frac{1800 - 100}{10150} = \frac{1700}{10150} = 0,1675 = 16,75\%$$

vagy

$$\text{SYTM} = \frac{1800 \pm \frac{10000 - 10300}{3}}{0,4 \cdot 10000 + 0,6 \cdot 10300} = \frac{1800 - 100}{10180} = \frac{1700}{10180} = 0,167 = 16,7\%$$

17

**1. próba:**  $r = 15\%$  esetén

$$\text{PVIFA}_{15,3} = 2,283 \quad \text{PVIF}_{15,3} = 0,658$$

$$P_0 = 1800 \cdot 2,283 + 10000 \cdot 0,658 = 10689,4 (>10300)$$

**2. próba:**  $r = 18\%$  esetén

$$\text{PVIFA}_{18,3} = 2,174 \quad \text{PVIF}_{18,3} = 0,609$$

$$P_0 = 1800 \cdot 2,174 + 10000 \cdot 0,609 = 10003,2 (<10300)$$

Fentiek alapján  $15\% < \text{YTM} < 18\%$

| $r$ | $P_0$    | Eltérés |
|-----|----------|---------|
| 15% | 10 689,4 | +389,4  |
| YTM | 10 300   |         |
| 18% | 10 003,2 | -296,8  |

$$\text{YTM} = r = 15 + 389,4 / (389,4 + 296,8) \cdot (18 - 15) = \underline{16,70\%}$$

vagy

$$\text{YTM} = r = 18 - 296,8 / (389,4 + 296,8) \cdot (18 - 15) = \underline{16,70\%}$$

18

d) Kamatszelvény nélküli (zérókuponos) kötvény **tényleges hozama**: az árfolyam-különbséget kibocsátási árfolyamra vetített aránya

$$YTM = IRR = \sqrt[n]{\frac{P_n}{P_0}} - 1$$

**Példa:** Egy 100 000 Ft névértékű 2 éves futamidejű kamatszelvény nélküli kötvény kibocsátási árfolyama 82 645 Ft. **Mennyi a kötvény tényleges hozama?**

**Megoldás:**

$$P_n = 100\,000 \quad P_0 = 82\,645 \quad n = 2 \quad YTM = ?$$

$$YTM = \sqrt[2]{100000 / 82645} - 1 = 1,1 - 1 = 0,1 = \mathbf{10\%}$$

19

### 3. A kötvények kamatláb-érzékenysége

**A kötvény árfolyama és a piaci kamatláb összefüggése:**

❖ piaci kamatláb > névleges kamatláb  
→ elméleti árfolyam < névérték

piaci kamatláb nő → árfolyam csökken

❖ piaci kamatláb < névleges kamatláb  
→ elméleti árfolyam > névérték

piaci kamatláb csökken → árfolyam emelkedik

❖ piaci kamatláb = névleges kamatláb  
→ elméleti árfolyam = névérték

20

a) **Duration (duráció = hátralévő átlagos futamidő, DUR):** azt fejezi ki, hogy a befektetőnek átlagosan mennyi időt kell várnia, hogy a kötvényvásárlásra fordított összeg aktuális piaci kamatláb mellett megtérüljön (→ dinamikus megtérülési időnek is nevezhető).

A kötvényből származó pénzáramlások időpontjának (esedékességének) a pénzáramlások jelenértékével súlyozott számtani átlaga.

$$DUR = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+r)^t} \cdot (t)}{\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+r)^t} (= P_0)}$$

t = éppen esedékes idő, átlagolandó érték  
C<sub>t</sub> = t-edik periódus pénzárama  
n = a kötvény futamideje (év)  
r = aktuális piaci kamatláb

A kockázat kezelésére, veszteség csökkentésére, kivevésére használják.

21

**A durációt befolyásoló tényezők:**

- kötvény pénzáramlása (cash flow)
- lejáratig hátralévő idő (t)
- befektetők által elvárt hozam (r)

**Megállapítások:**

- Kamatszelvényes kötvény → átlagos futamideje kisebb mint a kötvény lejárat
- Kamatszelvény nélküli (diszkont) kötvény lejárat → megegyezik a hátralévő átlagos futamidővel
- Magasabb a hátralévő átlagos futamidő, ha nagyobb pénzáramlás esik a lejárat végére
- Az alacsonyabb névleges kamatozású kötvénynek nagyobb a hátralévő átlagos futamideje
- Nagyobb árfolyamváltozás → nagyobb duráció
- A kisebb elvárt hozam nagyobb átlagos futamidőt eredményez.

22

b) **Volatilitás (módosított duráció, MDUR, VOL):** a piaci kamatláb 1%-os változása esetén hány %-kal változik a kötvény árfolyama (az árfolyam kamatláb-érzékenysége). Arányos a kötvény átlagidejével, fordítottan arányos a piaci kamatlábbal.

$$MDUR = \frac{DUR}{1+r} \quad \text{vagy} \quad MDUR = \frac{\Delta P}{P \cdot \Delta r}$$

P: az aktuális árfolyam (piaci érték)

ΔP: az árfolyam változása

Δr: a kamattényező (1+r) változása

23

**Példa1:** Egy 10 000 Ft névértékű kötvény 18%-os fix kamata évente kerül kifizetésre. Az aktuális piaci kamatláb 15%. A kötvény lejáratáig még 3 év van hátra. **Határozza meg a kötvény hátralévő átlagos futamidejét!**

**Megoldás:**

$$C_1 = 10000 \cdot 0,18 = 1800$$

$$C_2 = 1800 \quad C_3 = 10000 + 1800 = 11800$$

$$DUR = \frac{1800 \cdot 0,87 \cdot (1) + 1800 \cdot 0,759 \cdot (2) + 11800 \cdot 0,658 \cdot (3)}{1800 \cdot 0,87 + 1800 \cdot 0,756 + 11800 \cdot 0,658} = \mathbf{2,58}$$

$$PVIF_{15,1} = 0,870$$

$$PVIF_{15,2} = 0,756$$

$$PVIF_{15,3} = 0,658$$

$$\text{Nevező} = P_0$$

A kötvénybe fektetett összeg **2,58 év alatt megtérül** (ténylegesen még három év van hátra a lejáratig!).

24

Példa2: Az előző példa folytatása:

Hány %-kal változna a kötvény árfolyama, ha a piaci kamatláb 0,5%-kal csökkenne?

Megoldás:

$$\text{MDUR} = 2,58 / 1,15 = \underline{2,24\%}$$

Ha a piaci kamatláb 1%-kal változik, úgy a kötvény árfolyamában 2,24%-os ellentétes irányú változás következik be. → Ha a piaci kamatláb 0,5%-kal csökken a kötvény árfolyama 1,12%-kal (2,24 / 2) nő.

25



KÖSZÖNÖM  
A MEGTISZTELŐ FIGYELMET!

26